ΕΥΑΓΓΕΛΟΥ Σ. ΣΤΑΜΑΤΗ

Ο ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΘΥΜΑΡΙΔΑΣ Ο ΠΑΡΙΟΣ

ΚΑΙ ΤΟ ΘΥΜΑΡΙΔΕΙΟΝ ΕΠΑΝΘΗΜΑ

Ἀνάτυπον ἐκ του ΔΕΛΤΙΟΥ
ἐκ τῆς Ἐπετηρίδος τῆς Ἑταιρείας Κυκλαδικῶν Μελετῶν
Τόμος Α, 1961

Ἐπεγεργασία ἀνάτυπου καὶ μεταφορά σέ TEX
Ὑπὸ
ΝΙΚΟΛΑΟΥ Λ. ΚΕΧΡΗ

Ο ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΘΥΜΑΡΙΔΑΣ Ο ΠΑΡΙΟΣ ΚΑΙ ΤΟ ΘΥΜΑΡΙΔΕΙΟΝ ΕΠΑΝΘΗΜΑ

Μεταξὺ τῶν τελευταίων Νεοπλατωνικῶν φιλοσόφων τῆς ἀρχαιότητος καταλέγεται καὶ ὁ ἐκ τῆς Χαλκίδος τῆς Κοίλης Συρίας καταγόμενος Ἰάμβλιχος (ἀποθανὼν περὶ τῷ 330 μ.Χ.). Τοῦτου σῴζονται πραγματεῖαί τινες, ἐν αἷς ἡ Ἰαμβλίχου περὶ τῆς Νικομάχου ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς καὶ ἡ Ἰαμβλίχου περὶ τοῦ Πυθαγορείου βίου. Εἰς τὸ τέλος τῆς περὶ τοῦ Πυθαγορείου βίου πραγματείας του, ὁ Ἰάμβλιχος παρέχει κατάλογον τῶν εἰς αὐτὸν γνωστῶν μαθητῶν τοῦ Πυθαγόρου καὶ τῶν μεταγενεστέρων πως Πυθαγορείων. Εἰς τοὺς ἐκ τῆς νήσου Πάρου καταγομένους Πυθαγορείους ὁ Ἰάμβλιχος περιλαμβάνει τοὺς ἑξῆς:

Αἰήτιος, Φαινεκλῆς, Δεξίθεος, Ἀλκίμαχος, Δείναρχος, Μέτων, Τίμαιος, Τιμησιάναξ, Εὔμοιρος, Θυμαρίδας.

Ἅπανταις οὗτοι οἱ Πάριοι, ὡς καὶ οἱ λοιποὶ παρὰ τοῦ Ἰαμβλίχου μνημονευόμενοι Πυθαγόρειοι, δύνανται νὰ θεωρηθῶσι κατὰ την σύγχρονον ἔκφρασιν, πτυχιούχοι τοῦ ἐν Κρότωνι τῆς Κάτω Ἰταλίας Πυθαγορείου Πανεπιστημίου. Περὶ τοῦ βίου καί τῆς ἐπιστημονικῆς δράσεως (καὶ τῶν τίτλων, ὡς συνηθίζεται να λέγεται) τῶν Παρίων Πυθαγορείων οὐδὲν εἶναι γνωστόν. Μόνον ὁ Ἰάμβλιχος μνημονεύει εἰς τὴν πραγματείαν αὐτοῦ Ἰαμβλίχου, περὶ τῆς Νικομάχου ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς, τρόπον ἐπιλύσεως ἐξισωσεων ἀλγεβρικῶν, τὸν ὁποῖον ἀποδίδει εἰς τὸν Θυμαρίδαν καὶ ὀνομάζει θυμαρίδειον ἐπάνθημα. Ἐκ τῶν πληροφοριῶν τούτων τοῦ Ἰαμβλίχου συνάγεται τὸ συμπέρασμα ὅτι ὁ Θυμαρίδας ὁ Πάριος ἦτο ἐκ τῶν μεγάλων μαθηματικῶν τῆς ἀρχαιότητος. Πρό τινων ἐτῶν ὁ Θυμαρίδας ἐθεωρεῖτο ὡς ἀκμάσας κατὰ τοὺς πρώτους αἰῶνας μ.Χ. Ἤδη ὅμως ὑπάρχει ὁμοφωνία μεταξὺ τῶν μελετητῶν τῆς Ἱστορίας τῶν μαθηματικῶν, ὅτι ὁ Θυμαρίδας εἶναι ἐκ τῶν ἀμέσων μαθητῶν τοῦ Πυθαγόρου, ἡ δὲ ἀκμή του τοποθετεῖται περὶ τὸ ἔτος 500 π.Χ. Τὰ ἀλγεβρικὰ προβλήματα, την λύσιν τῶν ὁποίων ὁ Ἰάμβλιχος ἀποδίδει εἰς τὸν Πάριον μαθηματικὸν Θυμαρίδαν εἶναι τὰ ἑξῆς (εἰς συγχρονον διατύπωσιν) :

I. Δίδεται τὸ ἄθροισμα ν ἀγνώστων

$$x + x_1 + x_2 + x_3 + \cdots x_{\nu-1} = \Sigma$$

καὶ τὰ μερικὰ ἀθροίσματα

$$\begin{gathered} x + x_1 = \Sigma_1 \\ x + x_2 = \Sigma_2 \\ x + x_3 = \Sigma_3 \\ \cdots \\ x + x_{\nu-1} = \Sigma_{\nu-1} \end{gathered}$$

Κατὰ τὸν Θυμαρίδαν ἡ λύσις τοῦ συστήματος εἶναι

$$x = \frac{\Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3 + \cdots + \Sigma_{\nu-1} - \Sigma}{\nu - 2}$$

(ὅπου ν ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀγνώστων).

Ὁ ἀνωτέρω τύπος (1) ὀνομάζεται Ἔφοδος (δηλ. μέθοδος) τοῦ Θυμαριδείου Ἐπανθήματος.

II. Ἔστω πρὸς λύσιν τὸ σύστημα ἀπροσδιορίστου ἀναλύσεως (σύγχρονος διατύπωσις)

$$x + y = \alpha(z + u) \tag{1}$$
$$x + z = \beta(y + u) \tag{2}$$
$$x + u = \gamma(y + z) \tag{3}$$

Προσθέτει κατὰ μέλη τὰς δοθείσας ἐξισώσεις, ὅτε εἶναι

$$3x + y + z + u = \alpha(z + u) + \beta(y + u) + \gamma(y + z) \tag{4}$$

Διά προσθέσεως τῶν (2) καὶ (3) εἶναι

$$2x + z + u = \beta(y + u) + \gamma(y + z)$$

καὶ ἐκ ταύτης

$$2x = \beta(y + u) + \gamma(y + z) - (z + u) \qquad (5)$$

Ἀφαιρεῖ τὴν (5) ἀπὸ τῆς (4) κατὰ μέλη καὶ ἔχει

$$x + y + z + u = (\alpha + 1)(z + u) \qquad (6)$$

Δια προσθέσεως τῶν (1) καὶ (3) κατὰ μέλη λαμβάνει

$$2x + y + u = \alpha(z + u) + \gamma(y + z)$$ ἐξ ἧς εἶναι

$$2x = \alpha(z + u) + \gamma(y + z) - (y + u) \qquad (7)$$

Δι' ἀφαιρέσεως τῆς (7) ἀπὸ τῆς (4) εἶναι

$$x + y + z + u = (\beta + 1)(y + u) \qquad (8)$$

Διὰ προσθέσεως τῶν (1) καὶ (2) εἶναι

$$2x + y + z = \alpha(z + u) + \beta(y + u)$$ ἐξ ἧς

$$2x = \alpha(z + u) + \beta(y + u) - (y + z) \qquad (9)$$

Δι' ἀφαιρέσεως κατὰ μέλη ταύτης ἀπὸ τῆς (4) λαμβάνεται

$$x + y + z + u = (\gamma + 1)(y + z) \qquad (6)$$

Διὰ νὰ ὑπάρχωσιν ἀκέραιαι τιμαὶ τῶν ἀγνώστων πρέπει τὸ ἄθροισμα $x + y + z + u$ να περιέχῃ ὡς παράγοντας τοὺς συντελεστὰς $(\alpha + 1)$, $(\beta + 1)$, $(\gamma + 1)$. Ἐὰν καλέσωμεν E τὸ ἐλάχιστον κοινὸν πολλαπλάσιον τῶν συντελεστῶν τούτων δυνάμεθα να θέσωμεν

$$E = x + y + z + u$$

ὁπότε ἐκ τῶν ἐξισώσεων (6), (8), (10) λαμβάνομεν

$$E = (\alpha + 1)(z + u)$$
$$E = (\beta + 1)(y + u)$$
$$E = (\gamma + 1)(y + z)$$

Λύοντες τας ἐξισώσεις ταύτας ὡς πρὸς $(z+u)$, $(y+u)$, $(y+z)$ λαμβάνομεν

$$z+u=\frac{E}{\alpha+1}\quad y+u=\frac{E}{\beta+1}\quad y+z=\frac{E}{\gamma+1}$$

Ἀντικαθιστῶντες τὰς εὑρεθείσας τιμὰς εἰς τὰς ἐξισώσεις (1), (2), (3) λαμβάνομεν

$$x+y=\frac{\alpha}{\alpha+1}E=\Sigma_1 \tag{11}$$
$$x+z=\frac{\beta}{\beta+1}E=\Sigma_2 \tag{12}$$
$$x+u=\frac{\gamma}{\gamma+1}E=\Sigma_3 \tag{13}$$

Ἔχομεν δὲ λάβει

$$x+y+z+u=E \tag{14}$$

Τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων (11), (12), (13), (14) Εἶναι τῆς μορφῆς τοῦ θυμαριδείου Ἐπανθήματος. Ὅθεν ἐφαρμόζοντες τὸ θυμαρίδειο Ἐπάνθημα (τύπος 1) ἔχομεν

$$x=\frac{E\cdot\left(\frac{\alpha}{\alpha+1}+\frac{\beta}{\beta+1}+\frac{\gamma}{\gamma+1}\right)-E}{4-2}$$

Ἐὰν ἡ ἀριθμητικὴ τιμη τοῦ ἀριθμητοῦ εἶναι περιττὸς ἀριθμὸς ὁ x δὲν εἶναι ἀκέραιος. Είς τοιαύτην περίπτωσιν πρέπει ἀντὶ τοῦ E νὰ λαμβάνεται $2\cdot E$.

Εἰς τὸ ὑπὸ τοῦ Ἰαμβλίχου μνημονευόμενον συγκεκριμένον παράδειγμα τοῦ θυμαριδείου Ἐπανθηματος ἔχει τεθῆ εἰς τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα $\alpha=2$, $\beta=3$, $\gamma=4$, $x+y+z+u=2\cdot3\cdot4\cdot5$.

III. Τὸ τρίτον πρόβλημα τὸ μνημονευόμενον ὑπό τοῦ Ἱαμβλίχου καὶ ἀποδιδόμενον εἰς τὸν Πάριον μαθηματικὸν Θυμαρίδαν εἶναι ὅμοιον πρὸς τὸ προηγούμενον μὲ την διαφορὰν ὅτι οἱ ἀριθμητικοὶ συντελεσταὶ εἶναι κλασματικοὶ ἀριθμοὶ καὶ ἔχει ὡς κάτωθι:

(εἰς σύγχρονον διατύπωσιν)

$$x + y = \frac{3}{2}(z + u) \tag{1}$$
$$x + z = \frac{4}{3}(y + u) \tag{2}$$
$$x + u = \frac{5}{4}(y + z) \tag{3}$$

Ἥ μέθοδος ἐπιλύσεως εἶναι οἷα καὶ τοῦ προηγουμένου προβλήματος. Προσθέτομεν τὰς δοθείσας ἐξισώσεις κατὰ μέλη ὅτε εἶναι

$$3x + y + z + u = \frac{3}{2}(z + u) + \frac{4}{3}(y + u) + \frac{5}{4}(y + z) \tag{4}$$

Προσθέτομεν τὰς ἐξισώσεις (2) καὶ (3) καὶ λύοντες ὡς πρὸς 2x λαμβάνομεν

$$2x = \frac{4}{3}(y + u) + \frac{5}{4}(y + z) - (z + u) \tag{5}$$

Ἀφραιροῦμεν τὴν (5) ἀπὸ της (4) κατὰ μέλη καὶ ἔχομεν

$$x + y + z + u = \frac{3}{2}(z + u) + (z + u) \quad ἤ = \frac{5}{2}(z + u) \tag{6}$$

Ἐργαζόμενοι καθ'ὅμοιον τρόπον, διὰ προσθέσεως τῶν (1) καὶ (3) καὶ κατόπιν τῶν (1) καὶ (2), λαμβάνομεν

$$x + y + z + u = \frac{7}{3}(y + u) \tag{7}$$
$$x + y + z + u = \frac{9}{4}(y + z) \tag{8}$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (6),(7),(8), λαμβάνομεν

$$2 \cdot (x + y + z + u) = 5 \cdot (z + u) \tag{9}$$
$$3 \cdot (x + y + z + u) = 7 \cdot (y + u) \tag{10}$$
$$4 \cdot (x + y + z + u) = 9 \cdot (y + z) \tag{11}$$

Καλοῦμεν Ε τὸ ἐλάχιστον κοινὸν πολλαπλάσιον τῶν συντελεστῶν 5, 7, 9 = 315 καὶ θέτομεν τὸ ἄθροισμα $x + y + z + u = E(= 315)$ ὁπότε ἐκ τῶν ἐξισώσεων (9), (10) καὶ (11) λαμβάνεται

$$2E = 5(z + u) \quad 3E = 7(y + u) \quad 4E = 9(y + z)$$

Ἐκ τῆς λύσεως τῶν ἐξισώσεων τούτων ὡς πρὸς (z + u), (y + u), (y + z), εἶναι

$$(z + u) = \frac{2E}{5} \quad (y + u) = \frac{3E}{7} \quad (y + z) = \frac{4E}{9}$$

Ἀντικαθιστῶντες τὰς τιμὰς ταύτας είς τὰς ἐξισώσεις (1), (2), (3) λαμβάνομεν

$$x + y = \frac{3}{2}\frac{2E}{5} = \frac{3E}{5} \tag{12}$$

$$x + z = \frac{4}{3}\frac{3E}{7} = \frac{4E}{7} \tag{13}$$

$$x + u = \frac{5}{4}\frac{4E}{9} = \frac{5E}{9} \tag{14}$$

Ἔχει δε ληφθῆ

$$x + y + z + u = E(= 315) \tag{15}$$

Τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων (12), (13), (14), (15) εἶναι τῆς μορφῆς τοῦ θυμαριδείου Ἐπανθήματος. Ὅθεν ἐφαρμόζοντες τοῦτο (τύπος 1) ἔχομεν

$$x = \frac{E \cdot (\frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \frac{5}{9}) - E}{\nu - 2}$$

Ἐπειδὴ Ε = 315 καὶ ν = 4 (ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀγνώστων) δι'ἀντικαταστάσεως θα ἔχωμεν

$$x = \frac{315 \cdot (\frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \frac{5}{9}) - 315}{4 - 2} = \frac{229}{2}$$

Ἐπειδὴ ὁ ἀριθμητὴς εἶναι περιττὸς ἀριθμὸς λαμβάνομεν 2Ε διὰ να ἔχωμεν ἀκεραίας λύσεις, ὁπότε εἶναι

$$x = \frac{\frac{630 \cdot 544}{315} - 630}{2} = \frac{1088 - 630}{2} = 229$$

Ἀντικαθιστῶττες εἰς τὰς ἐξισώσεις (12), (13), (14) τὴν τιμὴν τοῦ x καὶ (2Ε) = 630 εὑρίσκομεν y = 149, z = 131, u = 121.

Τὰ ἀνωτέρω, μόνα σῳζόμενα προβλήματα τοῦ Θυμαρίδου, μαρτυροῦσιν ἐπαρκῶς, ὅτι οὗτος ἀνήκει εἰς τὴν χορείαν τῶν μεγάλων μαθηματικῶν τῆς ἀρχαιότητος.

ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ ΣΤΑΜΑΤΗΣ

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Ἰ α μ β λ ί χ ο υ, Χαλκιδέως τῆς Κοίλης Συρίας, Περὶ τοῦ Πυθαγορείου βίου σ. 145, L.Deubner, ἔκδ. Teubner, Λειψία.
2. Ἰ α μ β λ ί χ ο υ ... Περὶ τῆς Νικομάχου ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς σ. 62 κ. ἐ. H.Pistelli, Teubner.
3. H. D i e l s, Fragmente d. Vorsikratiker τόμ. 1, σ. 147, ἔκδ. 1951.
4. T h o m a s H e a t h, A history of Greek Mathematics I P. 94.
5. J o s e p h E. H o f m a n n, Geschichte der Mathematik I (Goeschen).
6. Ε ὐ α γ γ έ λ ο υ Σ τ α μ ά τ η, Τὸ θυμαρίδειον Ἐπάνθημα, Περιοδικὸν Πλάτων, Τεῦχος Α’ 1952, σ. 123-142.